b- $F = g(E) \Leftrightarrow F = f[r(E)]$

$\Leftrightarrow \underline{F = f(B)}$ (car $E = r^{-1}(B) \Leftrightarrow r(E) = B$)

c- $\widehat{\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AF}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{AF}\right)} \quad [2\pi]$

$\equiv \frac{\pi}{2} + \frac{-\pi}{2} \quad [2\pi] \qquad$ car $f(C) = A$ et $f(B) = F$

$\equiv 0 \quad [2\pi]$.

D'où C,A et F sont alignés.

3/a- $G = t_{\overrightarrow{AD}}(I) \Leftrightarrow \overrightarrow{GI} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow$ IGDA est un parallélogramme

D'où GD=AI

Or AI=IC donc $CI = DG \neq 0$

$CI = DG \neq 0 \overset{th}{\Rightarrow}$ il existe un seul antidéplacement φ tel que $\varphi(C) = D$ et $\varphi(I) = G$.

b- φ est un antidéplacement donc φ est soit une symétrie axiale soit une symétrie glissante.

Supposons que φ est une symétrie axiale d'axe une droite D'

Comme $\varphi(C) = D$ alors D' est la médiatrice du segment [CD] et puisque I appartient à la médiatrice du [CD] donc $\varphi(I) = I$ ce qui est impossible car $\varphi(I) = G$.

Par suite notre supposition est fausse et nécéssairement φ est une symétrie glissante.

Désignons par Δ l'axe de φ et par $\vec{u}$ son vecteur.

Donc $\varphi = t_{\vec{u}} \circ S_\Delta = S_\Delta \circ t_{\vec{u}}$.

- $\varphi(C) = D \overset{th}{\Rightarrow} C * D = I \in \Delta$.
- $\varphi(I) = G \Leftrightarrow (t_{\vec{u}} \circ S_\Delta)(I) = G \Leftrightarrow t_{\vec{u}}(I) = G \quad$ car $I \in \Delta$

$\Leftrightarrow \vec{u} = \overrightarrow{IG}$.

On sait que $\vec{u} = \overrightarrow{IG}$ est un veceur directeur de Δ et comme de plus elle contient I donc $\Delta = (IG)$.

PROBLEME

I-1/a- h est dérivable sur $]0,+\infty[$ (somme de deux fonctions dérivables)

$\forall x > 0; h'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

Ainsi $sig(h'(x)) = sig(x-1)$ pout tout $x > 0$.

D'où le tableau de variation de h